$\star \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{f_m(x)-f_m(0)}{x-0} = \lim\limits_{x\to 0} [m\text{Log}|x|-1]$

premier cas : $m > 0$ alors $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{f_m(x)-f_m(0)}{x-0} = -\infty$.

Deuxième cas : $m < 0$ alors $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{f_m(x)-f_m(0)}{x-0} = +\infty$.

Conclusion : f_m n'est pas dérivable en 0.

b- ▸ $\forall x \in IR$ (le domaine de définition de f_m).

$\Rightarrow (-x) \in IR$.

◂ $f_m(-0) = f_m(0) = 0 = -0 = -f_m(0)$.

▼ pour $x \neq 0$

$f_m(-x) = m(-x)\text{Log}|-x|-(-x) = -[mx\text{Log}|x|-x] = -f_m(x)$

Ainsi

▸ ,◂ et ▼ $\Rightarrow$ f_m est une fonction impaire .

■ Etude des variations de f_m

Comme f_m est impaire alors il suffit de l'étudier sur IR^+.

$\forall x \in IR_+^*, f_m(x) = mx\text{Log}x - x$ et $f_m(0) = 0$

f_m est dérivable sur IR_+^*(comme produit des fonctions dérivables sur IR_+^*).

$\forall x \in IR_+^*, f'_m(x) = m\left[\text{Log}x + x\dfrac{1}{x}\right] - 1 = m\text{Log}x + m - 1$

Premier cas : $m > 0$.

x	0		$e^{\frac{1-m}{m}}$		$+\infty$
$f'_m(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f_m(x)$	0	↘	$f_m(e^{\frac{1-m}{m}})$	↗	$+\infty$

· $\lim\limits_{x\to+\infty} f_m(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} [x(m\text{Log}x - 1)] = +\infty$

Deuxième cas : $m < 0$.

x	0		$e^{\frac{1-m}{m}}$		$+\infty$
$f'_m(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f_m(x)$	0	↗	$f_m(e^{\frac{1-m}{m}})$	↘	$-\infty$

· $\lim\limits_{x\to+\infty} f_m(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} [x(m\text{Log}x - 1)] = -\infty$.

c- D'après le tableau de variation de f_m sur IR^+ on a